

Méthode : Étude et Représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x$.

- 1) Trouver la forme canonique de f .
- 2) Représenter graphiquement la fonction f .

Correction

1) f est une fonction polynôme du second degré avec $a=-1$, $b=4$ et $c=0$.

Donc $f(x)$ peut se mettre sous la forme $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2-4ac}{4a}$.

On a donc :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times (-1)} = -2 \text{ et } \beta = -\frac{b^2-4ac}{4a} = -\frac{4^2-4 \times (-1) \times 0}{4 \times (-1)} = 4$$

D'où la forme canonique de f : $f(x) = -(x-2)^2 + 4$

2) On a donc $f(x) = -(x-2)^2 + 4$

f admet donc un maximum pour $x = 2$. Ce maximum est égal à 4.

Il est possible de le vérifier : $f(2) = -(2-2)^2 + 4 = 4$

Les variations de f sont donc données par le tableau suivant :

Tableau de signes :

| | | | |
|--------|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | ↗ 4 | | ↘ |

Tableau de valeurs :

| | | | | | | |
|--------|----|---|---|---|---|----|
| x | -1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | -5 | 3 | 4 | 3 | 0 | -5 |

On obtient la courbe représentative de f :

