

Chapitre II

Croisement de 2 variables

Contenu :

- Fréquence conditionnelle,
- fréquence marginale.

Capacités attendues

- Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales.
- Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles

Table des matières

I. Proportion	2
1. Définition.....	2
2. Union et intersection.....	2
II. Tableaux croisés	2
1. Définition.....	2
2. Fréquences marginales	2
3. Fréquences conditionnelles	3
III. Exercice corrigé.....	3

I. Proportion

1. Définition

Définition

Soit une population de référence E et A une sous-population de E . La **proportion** de A dans E est le nombre réel $\frac{n_A}{n_E}$ où n_A est l'effectif de A et n_E l'effectif de E .

Exemple :

En 2020, il a 1,082 milliard utilisateurs mensuels actifs dans le monde d'Instagram dont 0,520 milliard de femmes.

La proportion de femmes parmi les utilisateurs d'Instagram est : $p = \frac{0,52}{1,082} \approx 0,48 = \frac{48}{100} = 48\%$

Remarques :

- La proportion est aussi appelée la **fréquence**.
- Une proportion (fréquence) est comprise entre 0 et 1.

2. Union et intersection

Dans cette partie, A et B sont deux sous-populations d'une population E .

Définition

- L'intersection $A \cap B$ est la sous-population de E constituée des individus appartenant à la fois à A et à B .
- L'union $A \cup B$ est la sous-population de E constituée des individus appartenant à A ou à B (c'est-à-dire ceux qui sont soit dans A , soit dans B , soit dans les 2).

Exercices : 1, 2, 3 et 4 p 166

II. Tableaux croisés

Activité 1 p 168

1. Définition

Lorsqu'on s'intéresse à deux caractères d'une population, par exemple le nombre d'admis à un examen et aussi le sexe de la personne qui l'a passé, il est intéressant de faire un tableau croisé afin de voir les corrélations qu'il peut y avoir entre les 2 caractères.

Exemple :

Réussite au Bac Général en 2013 :

	Admis	Recalés	Total
Garçons	147 490	15 124	162 614
Filles	157 826	11 425	169 251
Total	305 316	26 549	331 865

157 826 filles ont obtenus un Bac Général en 2013 parmi les 331 865 candidats.

Remarque :

Les 2 colonne et ligne nommés « Total » sont appelées les **marges** du tableau.

Exercices 15 à 20 p 174, 26 p 176, 35 et 36 p 181

2. Fréquences marginales

Si on divise chaque case du tableau par l'effectif total, on obtient dans les marges les fréquences marginales.

Exemple :

	Admis (A)	Recalés (R)	Total
Garçons (G)	0,44	0,046	0,49
Filles (F)	0,48	0,034	0,51
Total	0,92	0,08	1

La proportion des élèves qui sont des garçons et qui ont obtenu le Bac ($G \cap A$) est : $p(G \cap A) = 0,44$ soit 44%.

3. Fréquences conditionnelles

Dans le cas des fréquences conditionnelles, nous allons fixer un des 2 caractères.

Ainsi, si nous voulons connaître la proportion d'Admis parmi les Garçons, nous allons diviser la ligne des Garçons par le Total des Garçons. On peut faire de même avec la ligne des Filles pour trouver le pourcentage d'Admis parmi les Filles :

Le tableau des fréquences conditionnelles par lignes donne :

	Admis	Recalés	Total
Garçons	0,907	0,093	1
Filles	0,932	0,068	1

On peut ainsi lire que la proportion d'Admis parmi les Garçons est de 0,907 soit 90,7%, et la proportion d'Admis parmi les Filles est de 0,932 soit 93,2%.

Le tableau des fréquences conditionnelles par colonnes donne :

	Admis	Recalés
Garçons	0,483	0,517
Filles	0,517	0,483
Total	1	1

Avec ce tableau, nous pouvons lire que la proportion de Filles parmi les Admis est de 0,517 soit 51,7%.

Exercices : 24, 25 p 176 et sujet D p 185

III. Exercice corrigé

Lors d'une compétition de tennis, on a relevé que sur les 126 compétiteurs, 46 sont des femmes. Parmi les femmes, 21 sont classées. Parmi les compétiteurs hommes, 66,25% sont classés.

On nommera F la population des Femmes, H, celle des Hommes, C celle des personnes Classés et \bar{C} celle des non classés.

1. Construire un tableau croisé contenant les effectifs marginaux (avec les totaux).
2. Donner le tableau des fréquences marginales (arrondi au centième).
3. Trouver $p(F \cap C)$ et donner un sens au résultat dans ce contexte.
4. Donner le tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux femmes.

Correction :

1. Pour remplir ce tableau, nous reprenons l'énoncée et remplissons le tableau au fil de la relecture. Ensuite on le complète avec les additions et les soustractions correspondantes.

	Femme	Homme	Total
C	21	$80 \times \frac{66,25}{100} = 53$	21+53=74
\bar{C}	46-21=25	52-25=27 (ou 80-53)	126-74=52
Total	46	126-46=80	126

2. Nous allons reprendre le tableau précédent en divisant chaque case par le total 126.

	Femme	Homme	Total
C	0,17	0,42	0,59
\bar{C}	0,20	0,21	0,41
Total	0,37	0,63	1

3. $p(F \cap C)$ se trouve dans le tableau précédent à l'intersection de la colonne F et de la ligne C : 0,17. Il y a donc 17% de femmes classés dans cette compétition.

4. Dans ce cas nous ne garderons que la colonne Femme, et nous divisons chaque case par le total des femmes soit 46.

	Femme
Classé	$\frac{21}{46} \approx 0,46$
Non classé	$\frac{25}{46} \approx 0,54$

Total	$\frac{46}{46} = 1$
--------------	---------------------

Ainsi, on peut dire que la proportion de classé parmi les femmes est de 0,46 soit 46%.