Fonction polynôme de degré 2

forme développée :

$f(x) = ax^2 + bx + c$

La courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 est une parabole (si a>0 et si a>0).

Cas d'étude :

$f(x) = ax^2$ et $f(x) = ax^2 + c$

le paramètre a joue sur l'orientation de la parabole et sa largeur, le paramètre c joue sur la position verticale de la parabole.

Le sommet de la parabole a pour coordonnées : *(0 ;c)*.

forme factorisée :

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

La courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 est une parabole (si a>0 et si a>0).

- Le sommet de la parabole a pour coordonnées : $\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ;\ f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$.

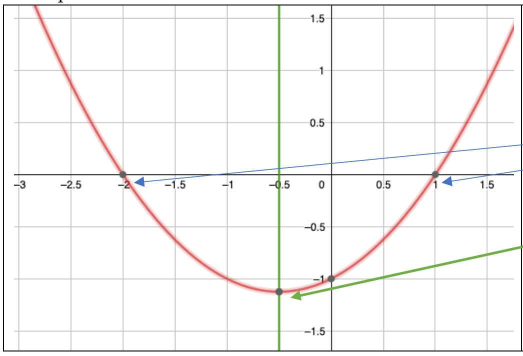
- signe :

On supposera que $x_1 < x_2$.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$		*Signe de a*	0	*Signe de -a*	0	*Signe de a*	

- Les valeurs x_1 *et* x_2 sont les <u>racines</u> du polynôme (les solutions de $f(x)=0$).

Exemple :



Fonction représentée :

$f(x) = 0,5(x + 2)(x - 1)$

Pour l'étude, on fait apparaitre des − dans la parenthèse en remplaçant les + par −(- ...).

$f(x) = 0,5(x - (-2))(x - 1)$

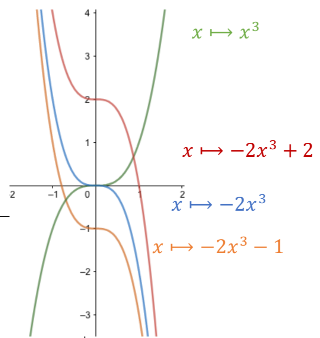
On a donc : $x_1=-2$ et $x_2=1$.

Le sommet est donc atteint pour $x = \frac{-2+1}{2} = -0,5$.

L'axe de symétrie est la droite d'équation $x = -0,5$. (en vert)

La courbe recoupe l'axe des abscisses en $x=-2$ et $x=1$.

Fonction polynôme de degré 3



Définition :

On appelle fonction polynôme de degré 3 toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, avec a, b, c et d des nombres réels, avec $a \neq 0$.

Cas d'étude en 1ère STMG : $f(x) = ax^3$ et $f(x) = ax^3 + b$

Propriétés :

1. Les fonctions $x \longmapsto ax^3$ et $x \longmapsto ax^3 + b$, avec $a \neq 0$, sont :
   - strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $a > 0$.
   - strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $a < 0$.

2. Dans la fonction $x \longmapsto ax^3 + b$, le paramètre b permet un décalage de la courbe représentative de b selon l'axe vertical.

Résolution d'une équation du type $x^3 = k$.

Propriété :

Pour tout réel k, l'équation $x^3 = k$ admet une unique solution qui est : $x = k^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{k}$.

Cette solution est appelée la racine cubique de k.

Ex. : la solution de $x^3 = 6$ *est* $x = \sqrt[3]{6}$.

Racines et signe du polynôme $\boldsymbol{x \longmapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}$:

- Un polynôme de degré 3 ayant la forme factorisée $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, admet 3 racines (3 solutions à l'équation $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$) x_1, x_2 et x_3.
- Signe :

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
a		Signe a		Signe a		Signe a		Signe a	
$(x - x_1)$		-	0	+		+		+	
$(x - x_2)$		-		-	0	+		+	
$(x - x_3)$		-		-		-	0	+	
$a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$		Inverse signe a	0	Signe a	0	Inverse signe a	0	Signe a	