

## Amortissement d'un prêt

Mathilde vient d'acheter un appartement. Elle doit emprunter 150 000 €.

Une banque lui propose un prêt avec un taux de 2,4% annuel, ce qui représente un taux mensuel de 0,198%.

Mathilde décide de rembourser 900 € par mois.

Nous allons étudier la durée de son prêt.

### 1. Tableau d'amortissement

La feuille de calcul suivante représente le tableau d'amortissement du prêt de Mathilde mois après mois.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	Mois	Montant de la dette en début de mois	Intérêts	Mensualités	Montant de la dette en fin de mois	Amortissement		Montant de l'emprunt	150 000,00 €
1									
2	1	150 000,00 €	297,00 €	900,00 €	149 397,00 €	603,00 €		Taux mensuel	0,198
3	2	149 397,00 €	295,81 €	900,00 €	148 792,81 €	604,19 €			
4	3	148 792,81 €	294,61 €	900,00 €	148 187,42 €	605,39 €			
5	4	148 187,42 €	293,41 €	900,00 €	147 580,83 €	606,59 €			
6	5	147 580,83 €	292,21 €	900,00 €	146 973,04 €	607,79 €			
7	6	146 973,04 €	291,01 €	900,00 €	146 364,04 €	608,99 €			
8	7	146 364,04 €	289,80 €	900,00 €	145 753,84 €	610,20 €			

Quelques données pour comprendre ce tableau :

Chaque mois, les intérêts représentent 0,198% du montant restant dû en début de mois.

Les mensualités sont fixes est de 900 €.

Le montant de la dette en fin de mois correspond au montant de la dette en début de mois + les intérêts - la mensualité remboursée par Mathilde.

L'amortissement correspond à la part de capital remboursée durant le mois.

a. Comprendre le fonctionnement de ce tableau et à l'aide de votre calculatrice afin de retrouver par le calcul les données de la première ligne.

b. Recopier ce tableau, et mettre les bonnes formules dans les case C2, E2, F2 et B3 afin de pouvoir les étirer.

c. Étirer les cellules vers le bas. Quand fait-il s'arrêter et pourquoi ?

d. Combien de mois faudra-t-il à Mathilde pour rembourser son prêt ?

### 2. Avec Python

Avec Python, nous pouvons faire un programme qui nous calculera directement combien de mois il faudra à Mathilde pour rembourser son prêt.

Voici le code pour le faire :

```
def duree(c):
    m=900
    t=0.198
    d=c
    i=0
    while d>0:
        d=d+t/100*d-m
        i=i+1
    return i
```

Dans ce code, c représente le capital emprunté, m le montant de la mensualité, t le taux d'intérêt mensuel.

Trouver la valeur manquante, taper le code sous Thonny (ne pas faire de copier/coller), et exécuter la fonction durée ainsi créée en écrivant :

```
duree(150000)
```

Retrouvez-vous le même résultats ?

### 3. Avec des suites

On note  $u_n$  le montant de la dette à la fin du n-ième mois et  $v_n$  l'amortissement au n-ième mois.

On a donc  $u_0 = 150\,000$  et  $v_1 = 603$ .

1. À l'aide du tableau du 1., lire  $u_1$ , 2 et  $u_{50}$  ainsi que  $v_2$  et  $v_{50}$ .

2. Quel semble être le sens de variation des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .

3. Expliquer pourquoi on a :  $u_{n+1} = 1,00198 u_n - 900$ .

4. Est-ce que  $(u_n)$  est une suite arithmétique ou géométrique ?