

Chapitre X

Information chiffrée : Taux d'évolution (2s)

Table des matières

I. Pourcentage d'une partie	2
II. Proportions échelonnées (pourcentage de pourcentage)	2
III. Pourcentage d'évolution	3
IV. Évolution successives – Évolution réciproque	3
1. Évolution successives	3
2. Évolutions réciproques	4

I. Pourcentage d'une partie

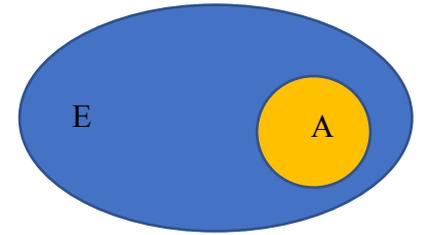
Lien vidéo cours I, II et III : [lien](#)

Lien entrainement proportion/pourcentage : [lien](#)

Définition :

Soit A une partie d'une ensemble de E .

On désigne par n_E le nombre d'éléments de E et par n_A le nombre d'éléments de A . La proportion des éléments de A par rapport à E est le quotient $p = \frac{n_A}{n_E}$.



Propriétés :

- Cette proportion appartient à $[0 ; 1]$.
- Pour avoir un résultat en %, il suffit de multiplier p par 100.

Ex. :

- Dans une classe de 34 élèves, il y a 18 filles. La proportion de filles dans cette classe est de $\frac{18}{34} \approx 0,5294$.
Soit, $0,5294 \times 100 = 52,94\%$.

Conseil : Faites rapidement le lien entre une proportion de 0,23 et 23%...

Point informatique : Tableur

Le tableur est un outil très pratique pour la manipulation de données et le calcul. Les différents logiciels sont assez similaires : Libre Office Calc, OpenOffice Cal, Excel...

	Externes		Externes		Externes	
Garçons	231		Garçons	231	Garçons	231
Fille	275		Fille	275	Fille	275
Total			Total	=F4+F5	Total	506
Pourcentage de garçons			Pourcentage de garçons		Pourcentage de garçons	=F4/F6*100

Pour rentrer les formules dans un tableur, il faut bien commencer par un =.

Sur la seconde image, j'ai calculé le total des élèves externes avec la formule : =F4+F5

Sur la troisième image, j'ai calculé le pourcentage de garçons en faisant : =F4/F6*100.

Vous remarquerez que je n'ai pas rentré les nombres mais le nom de la case où est ce nombre. C'est important de garder cette habitude.

II. Proportions échelonnées (pourcentage de pourcentage)

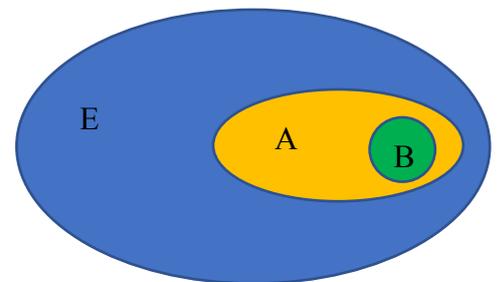
Proportions :

Soit A une partie d'un ensemble E et B une partie de A .

On appelle p_1 la proportion de B dans A et p_2 la proportion de A dans E .

La proportion p de B dans E est le produit de p_1 par p_2 , c'est-à-dire :

$$p = p_1 \times p_2$$



Exemple :

Dans un lycée, 70% des élèves sont demi-pensionnaires, parmi les demi-pensionnaire, 30% portent des lunettes.

La proportion de demi-pensionnaires portant des lunettes dans ce lycée est :

$$p = \frac{70}{100} \times \frac{30}{100} = 0,21 = 21\%$$

III. Pourcentage d'évolution

Définitions :

Une quantité évolue d'une valeur Q_1 à une valeur Q_2 .

- Le rapport $\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}$ s'appelle le taux d'évolution (ou variation relative) de Q_1 à Q_2 .



- Soit p le nombre tel que $\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{p}{100}$. On dit que $p\%$ est le pourcentage d'évolution de Q_1 à Q_2 .

En pratique, pour avoir le pourcentage d'évolution, il suffit de multiplier par 100 le taux d'évolution.

Ex. :

Le nombre de salariés d'une entreprise passe de 240 à 270 personnes.

Le taux d'évolution est égal à : $\frac{270 - 240}{240} = 0,125$.

Le pourcentage d'évolution est égal à : $0,125 \times 100 = 12,5$.

Le nombre de salariés a augmenté de 12,5%.

Remarque :

Le taux d'évolution peut avoir une valeur négative en cas de baisse.

Définition :

Le coefficient multiplicateur de l'évolution de Q_1 à Q_2 est le nombre $C = \frac{Q_2}{Q_1}$.

Propriété :

Si t est le taux d'évolution de Q_1 à Q_2 et C le coefficient multiplicateur, alors $C = 1 + t$ (ou $t = C - 1$).

Démonstration :

$$t = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_1} - \frac{Q_1}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_1} - 1 = C - 1$$

Exemple :

En prenant l'exemple précédent, on trouve que le coefficient multiplicateur vaut :

$$\frac{270}{240} = 1,125$$

IV. Évolutions successives – Évolution réciproque

Lien vidéo : [lien](#)

1. Coefficient multiplicateur

Propriétés :

- Augmenter une quantité Q de $p\%$ signifie multiplier Q par $(1 + \frac{p}{100})$.
- Diminuer une quantité Q de $p\%$ signifie multiplier Q par $(1 - \frac{p}{100})$.

Ex. :

Un pantalon coutant 80€ est soldé à -20%.

Pour trouver son nouveau prix, il suffit de multiplier l'ancien prix par $(1 - \frac{20}{100}) = 0,8$.

Donc le nouveau prix vaut : $80 \times 0,8 = 64€$.

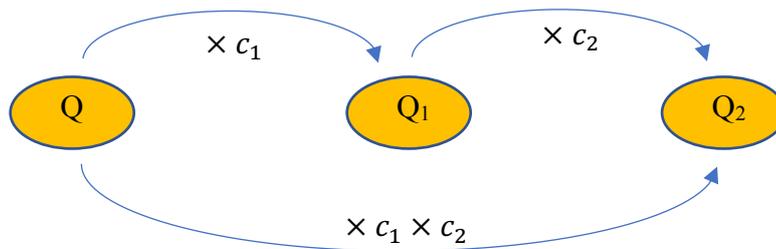
Remarque :

Afin de travailler plus efficacement, il sera bien de faire rapidement le lien entre un coefficient multiplicateur de 1,15, et une augmentation de 15%, et aussi entre un coefficient multiplicateur de 0,85 et une diminution de 15% ($1 - 0,15 = 0,85$).

2. Évolutions successives

Propriété :

Lorsqu'une quantité Q subit plusieurs évolutions successives (augmentations et/ou diminutions), alors le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.



Méthode :

Durant le mois de juin le baril de pétrole a augmenté de 20%, puis en janvier il a baissé de 25%. Calculer le pourcentage de baisse ou d'augmentation du baril de pétrole après ces 2 évolutions.

Correction :

Le coefficient multiplicateur d'une augmentation de 20% est égal à $1 + \frac{20}{100}$ soit 1,2.

Le coefficient multiplicateur d'une baisse de 25% est égal à $1 - \frac{25}{100}$ soit 0,75.

Le coefficient multiplicateur global est donc égal à $1,2 \times 0,75 = 0,9$. *

Il est inférieur à 1, il s'agit donc d'une baisse.

Pour trouver le pourcentage de baisse :

$$0,9 - 1 = -0,1$$

$$-0,1 \times 100 = -10$$

Une augmentation de 20% suivie d'une baisse de 25% est équivalent à une baisse de 10%.

Vous pouvez aussi donner ce résultat dès la ligne * : 0,9 est le coefficient multiplicateur d'une baisse de 10%.

3. Évolutions réciproques

Définition :

Deux évolutions sont dites réciproques lorsque le coefficient multiplicateur global de ces deux évolutions est égal à 1.

Remarque : Cela correspond à un retour à la valeur initiale.

Mise en évidence de la problématique :

Est-ce qu'un prix qui subit une hausse de 20% puis une baisse de 20% revient à sa valeur initiale ?

Prenons 100€ comme prix initial :

$$\text{Après la hausse de 20\% : } 100 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 100 \times 1,2 = 120\text{€}.$$

$$\text{Après la baisse de 20\% : } 120 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 120 \times 0,8 = 96\text{€}.$$

On remarque que l'on ne revient pas au prix de départ...

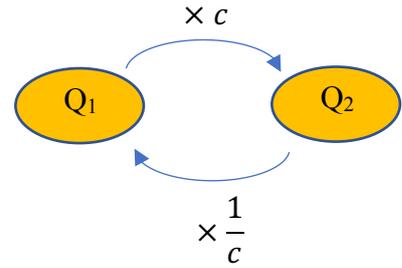
Ce ne sont donc pas des évolutions réciproques.

Propriété :

Une quantité Q_1 subit une évolution de $t\%$ pour obtenir une quantité Q_2 .

Le coefficient multiplicateur c de cette évolution vaut : $c = 1 \pm \frac{t}{100}$.

Le coefficient multiplicateur réciproque c' vaut : $c' = \frac{1}{c}$.



Exemple :

Pour trouver l'évolution réciproque d'une hausse de 20% :

Coefficient multiplicateur de cette hausse : $\left(1 + \frac{20}{100}\right) = 1,2$

Calcul du coefficient multiplicateur réciproque : $\frac{1}{1,2} \approx 0,83$.

Calcul du pourcentage correspondant à ce coefficient :

$$0,83 - 1 = -0,17.$$

$$-0,17 \times 100 = -17$$

L'évolution réciproque d'une hausse de 20% est une baisse d'environ 17%.